

Examen Cálculos Náuticos Capitán de Yate, Madrid 20 Febrero 2014

Autor: Pablo González de Villaumbrosia García 20.11.2013

<http://www.villaumbrosia.es>

El día 20 de Febrero de 2014 al ser la hora del crepúsculo náutico vespertino, estando en situación de estima latitud= $10^{\circ} 00' N$ y Longitud= $058^{\circ} 00' W$, observamos altura instrumental de la estrella Polar $a_i=10^{\circ} 56'$. Azimut de aguja de dicha estrella $Z_a=011^{\circ},5$, y simultáneamente altura instrumental de un astro desconocido $a_i^*=46^{\circ} 43,5'$ y azimut de aguja de dicho astro desconocido $Z_a^*=072^{\circ}$.

Después de navegar a distintos rumbos y velocidades, al ser $H_{rb}=10:00$ en situación de estima latitud= $10^{\circ} 48' N$ y Longitud= $56^{\circ} 12' W$, observamos altura instrumental del Sol limbo inferior $a_i^*=53^{\circ} 43,2'$. Navegamos al Rumbo verdadero 075° , velocidad 10 nudos hasta la hora de paso del Sol por el meridiano en que tomamos altura instrumental meridiana del Sol limbo inferior $a_i^*=68^{\circ} 32,6'$.

Cambiamos de rumbo al 090° y velocidad 10 nudos. En un momento dado, detectamos en el radar el eco de un buque "B", abierto 30° por Babor y a una distancia de 10 millas. 15 minutos más tarde el buque "B" nos demora por los 060° verdaderos y a 7 millas de distancia. En este instante nos ponemos a navegar al 050° verdadero y a 5 nudos.

(Elevación del observador: 10,5 metros. Corrección o error de índice= $3'(-)$)

Se pide:

1º) Situación observada por la estrella Polar y desconocido (con tippo y reconocimiento del mismo).

2) Situación y hora legal a la meridiana.

3) Rumbo y velocidad del "B" y mínima distancia a que pasaremos del buque "B".

1º) Situación observada por la estrella Polar y desconocido (con tippo y reconocimiento del mismo).

Cálculo altura verdadera estrella Polar

$$a_i^* \text{ Polar} = 10^{\circ} 56'$$

$$E_i = \text{error de índice del sextante} = -3'$$

$$a_o = \text{altura observada} = a_i + E_i = 10^{\circ} 56' - 3' = 10^{\circ} 53'$$

$$C_d = \text{Corrección por depresión (para } e_o = 10,5 \text{ m.)} = -5,8'$$

$$a_a = \text{altura aparente} = a_o + C_d = 10^{\circ} 53' - 5,8' = 10^{\circ} 47,2'$$

$$C_r = \text{Corrección por refracción (para } a_a = 10^{\circ} 47,2') = -4,93'$$

$$a_v = a_a + C_r = 10^{\circ} 47,2' - 4,93' = 10^{\circ} 42,27'$$

$$a_v = \text{altura verdadera estrella Polar} = 10^{\circ} 42,27'$$

Cálculo TU de la medición

HcL crepúsculo náutico vespertino día 19 Febrero 2014=18h 55m

HcL crepúsculo náutico vespertino día 21 Febrero 2014=18h 56m

Promediando ambos para el 20 de Febrero de 2014, HcL medición=18h 55,5 m

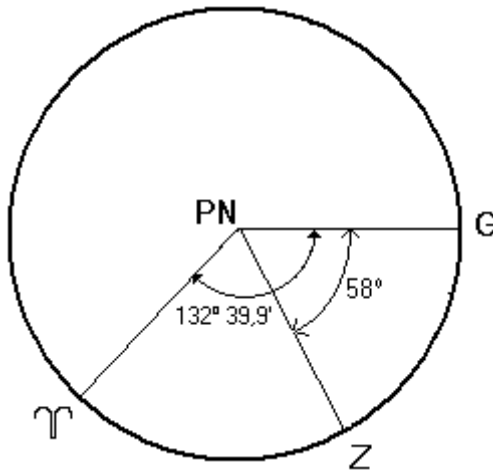
$$\text{TU de la medición} = 18\text{h } 55,5 \text{ m} + \frac{58^\circ}{15^\circ} = 22\text{h } 47,5 \text{ m}$$

Cálculo hLy y corrección total

En tablas AN (Almanaque Náutico) para el día 20 de Febrero de 2014

<u>TU</u>	<u>hGy</u>
22	120° 45,4'
23	135° 47,9'

Interpolando part TU=22h 47,5 m → hGy=132° 39,9'

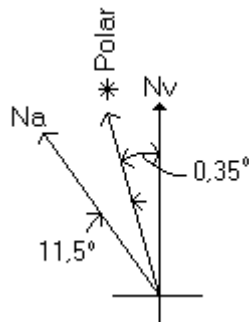


De la figura anterior: hLy = 132° 39,9' - 58° = 74° 39,9'

En tablas del AN (pag. 385) de Azimutes de la Polar, con los datos de:

- hLy = 74° 39,9''
- le=10° N

encontramos Zv * Polar = -0,35°



De la figura anterior se deduce: Ct=corrección total= -(11,5°+0,35°) = -11,85°

Cálculo latitud por la Polar

Con los datos de:

- $hLy = 74^\circ 39,9'$
- $av = \text{altura verdadera estrella Polar} = 10^\circ 42,27'$
- Fecha: 20 Febrero 2014

En tablas del AN (pag. 382-384) de latitud por observación de la Polar encontramos:

$C1 = \text{corrección n}^\circ 1 = -34,4'$

$C2 = \text{corrección n}^\circ 2 = 0$

$C3 = \text{corrección n}^\circ 3 = +0,2'$

Por lo tanto:

$lv = \text{latitud verdadera} = av + C1 + C2 + C3 = 10^\circ 42,27' - 34,4' + 0 + 0,2' = 10^\circ 8,07'$

Cálculo del astro desconocido

$ai * ? = 46^\circ 43,5'$

$Ei = \text{error de índice del sextante} = -3'$

$ao = \text{altura observada} = ai + Ei = 46^\circ 43,5' - 3' = 46^\circ 40,5'$

$Cd = \text{Corrección por depresión (para } eo = 10,5 \text{ m.)} = -5,8'$

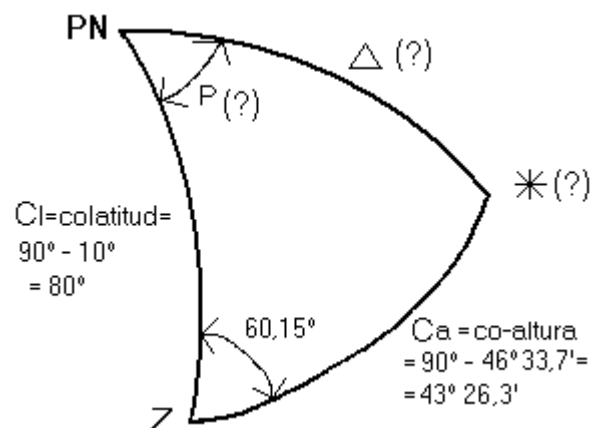
$aa = \text{altura aparente} = ao + Cd = 46^\circ 40,5' - 5,8' = 46^\circ 34,7'$

$Cr = \text{Corrección por refracción (para } aa = 46^\circ 34,7') = -1,0'$

$av = aa + Cr = 46^\circ 34,7' - 1,0' = 46^\circ 33,7'$

$av = \text{altura verdadera} * ? = 46^\circ 33,7'$

$Zv = \text{azimut verdadero} * ? = Za + Ct = 72^\circ - 11,85^\circ = 60,15^\circ$

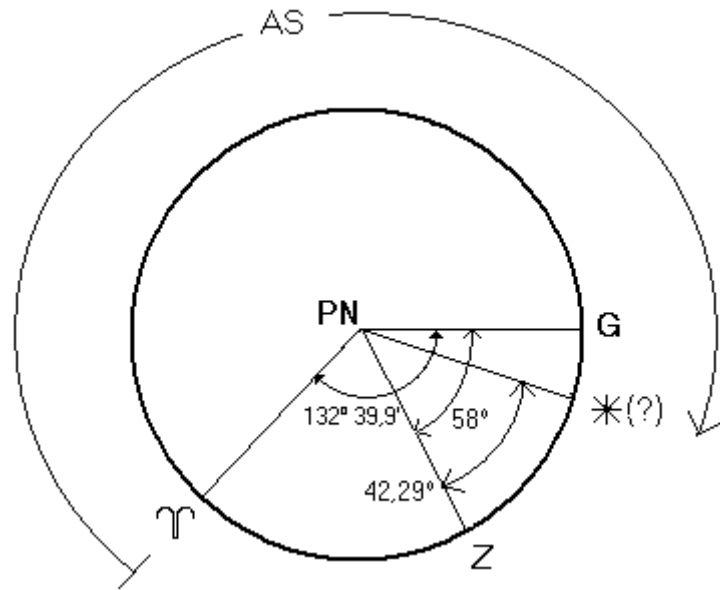


Del triángulo esférico de posición de la figura:

$$\cotg 43^\circ 26,3' \times \sen 80^\circ = \cos 80^\circ \times \cos 60,15^\circ + \sen 60,15^\circ \times \cotg P \rightarrow P = 42,29^\circ$$

$$\cos \Delta = \cos 80^\circ \times \cos 43^\circ 26,3' + \sen 80^\circ \times \sen 43^\circ 26,3' \times \cos 60,15^\circ \rightarrow \Delta = \text{co-declinación} = 62,412^\circ$$

$$\text{Dec} = \text{declinación del astro} = 90^\circ - 62,412^\circ = +27^\circ 35,3'$$



Según la figura anterior:

$$AS = \text{ángulo sidéreo astro desconocido} = 360^\circ - [132^\circ 39,9' - (58^\circ - 42,29^\circ)] = 243^\circ 2,7'$$

Con los datos de:

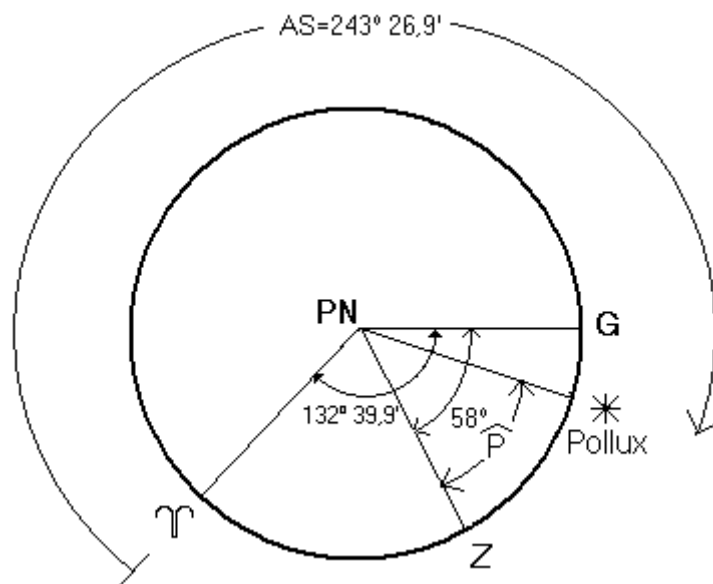
- $AS = 243^\circ 2,7'$
- $Dec = +27^\circ 35,3'$

En el AN aparece la estrella n° 39 Pollux

Cálculo determinante de Pollux

Datos exactos de Pollux según el AN:

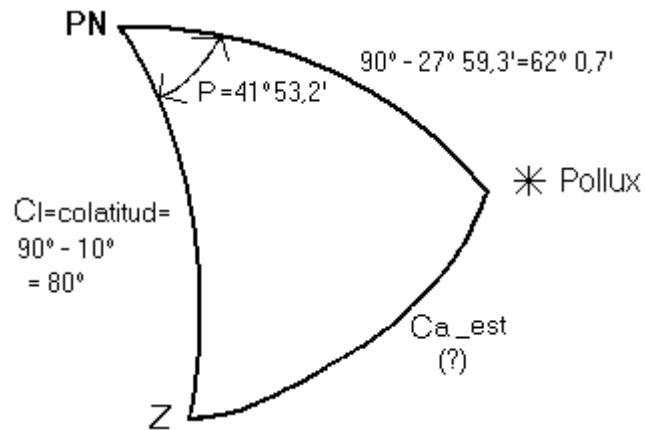
- $AS = 243^\circ 26,9'$
- $Dec = +27^\circ 59,3'$



Según la figura anterior:

$$P = \text{ángulo horario en el Polo de la estrella Pollux} = 360^\circ - 243^\circ 26,9' - (132^\circ 39,9' - 58^\circ) = 41^\circ 53,2'$$

El triángulo de posición queda ahora así:



Ca_est=co-altura estimada

$$\cos Ca_est = \cos 80^\circ \times \cos 62^\circ 0,7' + \sin 80^\circ \times \sin 62^\circ 0,7' \times \cos 41^\circ 53,2'$$

$$Ca_est = 43,2057^\circ \rightarrow a_{est} = \text{altura estimada de Pollux} = 90^\circ - 43,2057^\circ = 46^\circ 47,7'$$

$$\Delta a = a_v - a_{est} = 46^\circ 33,7' - 46^\circ 47,7' = -14'$$

Determinante Pollux:

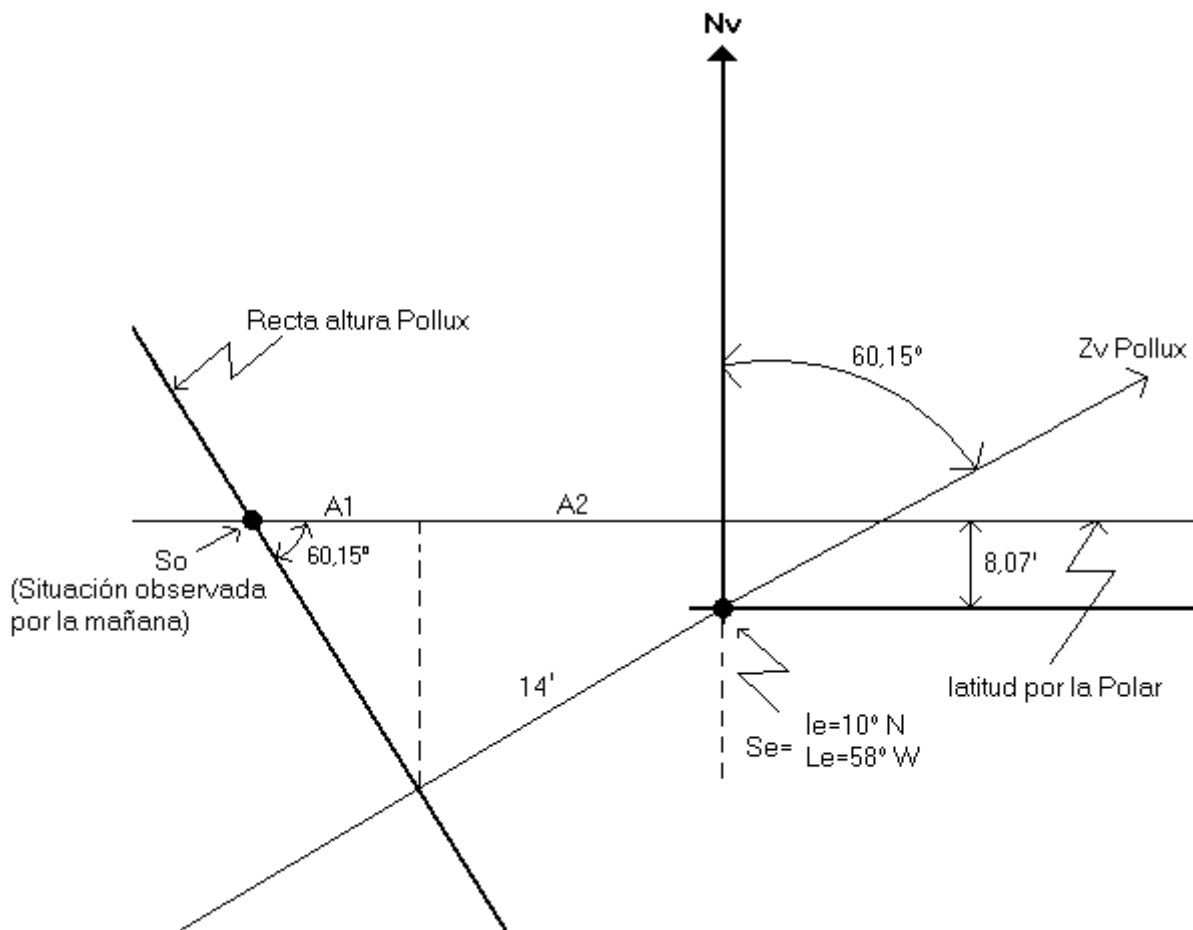
$$Z_v = 60,15^\circ$$

$$\Delta a = a_v - a_{est} = -14'$$

Cálculo por Polar y Pollux

Datos:

- $I_v = \text{latitud verdadera por la Polar} = 10^\circ 8,07'$
- **Determinante Pollux:**
 $Z_v = 60,15^\circ$
 $\Delta a = -14'$



La intersección entre la recta de altura de Pollux y la latitud por la Polar nos da la situación observada. Algebraicamente la longitud observada se puede calcular calculando los apartamientos A1 y A2 indicados en la figura anterior:

$$A2 = 14 \times \text{sen } 60,15^\circ = 12,14' \text{ W}$$

$$A1 = \frac{14 \times \text{cos } 60,15^\circ + 8,07'}{\text{tang } 60,15^\circ} = 8,63' \text{ W}$$

$$A = \text{apartamiento} = A1 + A2 = 12,14' + 8,63' = 20,77' \text{ W}$$

$$\Delta L = \frac{20,77'}{\text{cos } 10^\circ} = 21,09' \text{ W}$$

$$L_o = \text{longitud observada} = 58^\circ \text{ W} + 21,09' \text{ W} = 58^\circ 21,09' \text{ W}$$

$$l_o = \text{latitud observada} = 10^\circ 8,07' \text{ N}$$

Respuestas 1ª pregunta

$$l_o = \text{latitud observada} = 10^\circ 8,07' \text{ N}$$

$$L_o = \text{longitud observada} = 58^\circ 21,09' \text{ W}$$

2) Situación y hora legal a la meridiana.

Cálculo Tiempo Universal TU de la observación del Sol por la mañana

HRB=10h 00m

Le=56° 12' W → Huso nº 4 → TU=Hz+Z=HRB+4=14h 0m día 21 de Febrero de 2014

¡Ojo!, hay cambio de día, ya que la observación de Pollux y la Polar se efectúa el 20 de Febrero de 2014 por la noche, y ahora es ya de día, o sea, que hemos pasado al 21 de Febrero de 2014

Cálculo altura verdadera de la observación

a_i ☉ limbo inferior = 53° 43,2'

a_o =altura observada= $a_i + E_i = 53° 43,2' - 3' = 53° 40,2'$

a_a =altura aparente= $a_o + C_d$

C_d =Corrección por depresión (para $e_o=10,5$ mts.)= - 5,8'

$a_a = 53° 40,2' - 5,8' = 53° 34,4'$

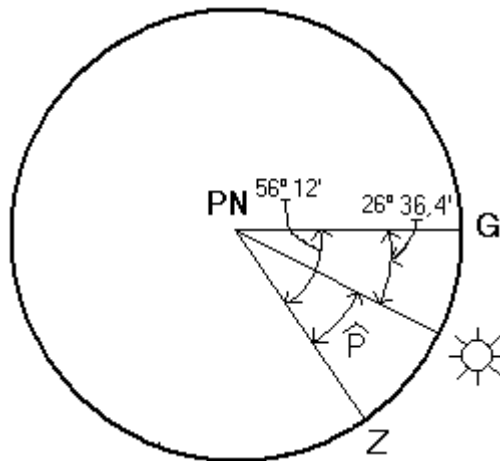
$C_{sd} + \text{refr} + \text{par}$ =corrección por semidiámetro-refracción-paralaje= +15,4' + 0,2' = +15,6'

a_v =altura verdadera= $a_a + C_{sd} + \text{refr} + \text{par} = 53° 34,4' + 15,6' = 53° 50'$

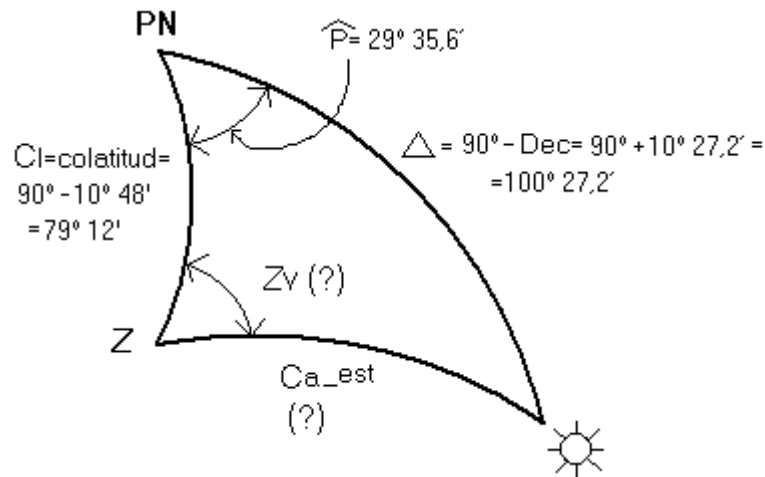
Cálculo determinante del Sol a HRB=10 00

En tablas diarias del AN para el día 21 de Febrero de 2014

<u>TU</u>	<u>hG</u> ☉	<u>Dec</u>
14h	26° 36,4'	-10° 27,2'



P =ángulo horario en el Polo=56° 12' - 26° 36,4'=29° 35,6'



Del triángulo esférico de posición de la figura se deduce:

$$\cotg 100^\circ 27,2' \times \sen 79^\circ 12' = \cos 79^\circ 12' \times \cos 29^\circ 35,6' + \sen 29^\circ 35,6' \times \cotg Z_v$$

$$Z_v = 124,87^\circ = S55,13^\circ E$$

$$\cos Ca_est = \cos 79^\circ 12' \times \cos 100^\circ 27,2' + \sen 79^\circ 12' \times \sen 100^\circ 27,2' \times \cos 29^\circ 35,6'$$

$$Ca_est = Co\text{-altura estimada} = 36,2953^\circ \rightarrow ae = 90^\circ - 36,2953^\circ = 53^\circ 42,3'$$

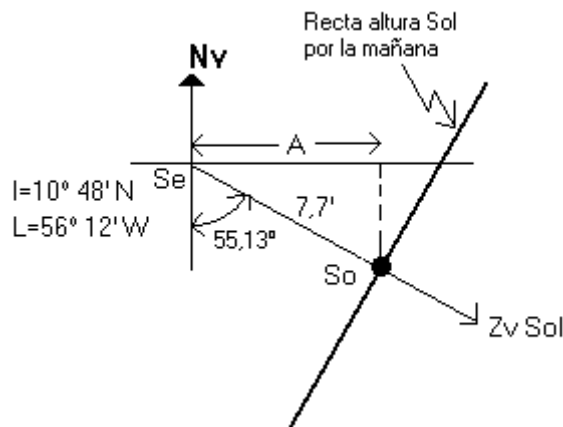
$$Q = \text{coeficiente de Págel} = \frac{1}{\text{tang } \Delta \times \sen P} - \frac{\text{tg } l}{\text{tang } P} = 0,7094 \text{ (el signo se hace siempre positivo)}$$

$$\Delta a = a_v - a_e = 53^\circ 50' - 53^\circ 42,3' = +7,7'$$

Determinante Sol por la mañana y cálculo de la posición observada:

$$Z_v = S55,13^\circ E$$

$$\Delta a = +7,7'$$



$$\Delta l = 7,7 \times \cos 55,13^\circ = 4,4' N$$

$$A = \text{apartamento} = 7,7 \times \sen 55,13^\circ = 6,32'$$

$$l_m = \text{latitud media} = 10^\circ 48' N - \frac{\Delta l}{2} = 10^\circ 45,8'$$

$$\Delta L = \frac{A}{\cos l_m} = 6,43' E$$

$$l_o = \text{latitud observada por la mañana} = 10^\circ 48' N - 4,4' S = 10^\circ 43,6' N$$

L_o =longitud observada por la mañana= $56^\circ 12' W - 6,43' E = 56^\circ 5,57' W$

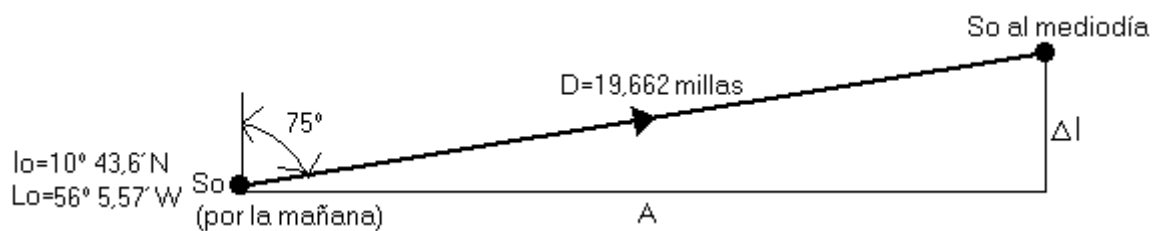
Cálculo tiempo navegado, distancia navegada y hora UTC al paso del Sol por la meridiana

A TU=14h 0m estamos en situación observada $L = 56^\circ 5,57' W$ y navegamos con velocidad de barco 10 nudos, con rumbo verdadero= $N75^\circ E$.

Según el Almanaque Náutico de 2014, pag.61, PMG=paso del Sol por el meridiano de Greenwich=12h 13,6m

- En primera aproximación suponemos el barco parado en la posición $L = 56^\circ 5,57' W$. El Sol pasaría por el meridiano del barco en un intervalo de tiempo $\frac{56^\circ 5,57'}{15^\circ} = 3,7395$ horas después del mencionado PMG (el movimiento aparente del Sol es de Este a Oeste a razón de 15° por hora), o sea, pasaría por el meridiano del barco a TU=12h 13,6m + 3,7395h=15h 57,97m

Δt =intervalo de tiempo navegado desde HRB=10:00 (TU=14h 0m) hasta paso del Sol por la meridiana=15h 57,97m – 14h 0m=1,9662 horas, el barco en ese tiempo se habrá movido una distancia D =distancia navegada= $V_b \times \Delta t = 10 \times 1,9662 = 19,662$ millas.



$$\Delta l = 19,662 \times \cos 75^\circ = 5,09' N$$

$$A = \text{apartamiento} = 19,662 \times \sin 75^\circ = 18,99'$$

$$l_m = \text{latitud media} = 10^\circ 43,6' N + \frac{\Delta l}{2} = 10^\circ 46,14'$$

$$\Delta L = \frac{A}{\cos l_m} = 19,33' E$$

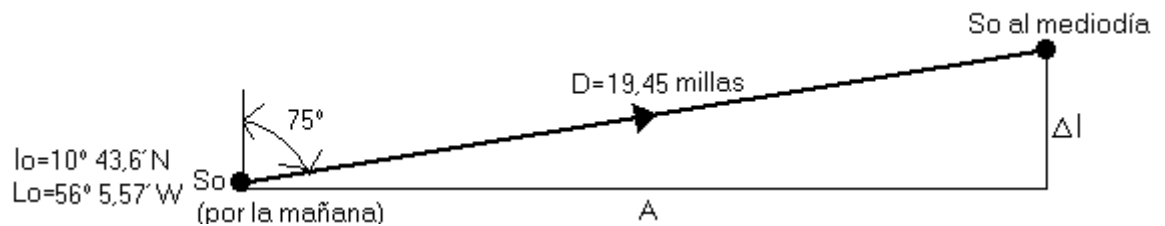
L_o =longitud observada al mediodía en primera aproximación=
 $56^\circ 5,57' W - 19,33' E = 55^\circ 46,24' W$

- En segunda aproximación el barco está en la posición $L_o = 55^\circ 46,34' W$. El Sol pasaría por el meridiano del barco en un intervalo de tiempo $\frac{55^\circ 46,24' W}{15^\circ} = 3,718$ horas después del mencionado PMG, o sea, pasaría por el meridiano del barco a:
 TU=12h 13,6m + 3,718h=15h 56,7m
 Consideramos ésta aproximación suficiente buena ya que no difiere mucho de la anterior.

Respuesta:

Hora TU paso del Sol por la meridiana del barco en movimiento=15h 56,7m

Δt =intervalo de tiempo navegado desde HRB=10:00 (TU=14h 0m) hasta paso del Sol por la meridiana=15h 56,7m – 14h 0m=1,945 horas, el barco en ese tiempo se habrá movido una distancia D =distancia navegada= $V_b \times \Delta t=10 \times 1,945=19,45$ millas.



$$\Delta l = 19,45 \times \cos 75^\circ = 5,03' N$$

$$A = \text{apartamiento} = 19,45 \times \sin 75^\circ = 18,79'$$

$$l_m = \text{latitud media} = 10^\circ 43,6' N + \frac{\Delta l}{2} = 10^\circ 46,1'$$

$$\Delta L = \frac{A}{\cos l_m} = 19,13' E$$

l_o =latitud observada al mediodía en segunda aproximación= $10^\circ 43,6' N + 5,03' N = 10^\circ 48,63' N$

L_o =longitud observada al mediodía en segunda aproximación= $=56^\circ 5,57' W - 19,13' E = 55^\circ 46,44' W$

Nota: otra manera de calcular el tiempo navegado hasta el paso del Sol por la meridiana del barco en movimiento:

$$h_e = P = 29^\circ 35,6'$$

$$\Delta t = \text{tiempo navegado} = \frac{h_e}{15^\circ + \frac{V_b \times \sin R_v}{60 \times \cos l_m}} = \frac{29^\circ 35,6'}{15^\circ + \frac{10 \times \sin 75^\circ}{60 \times \cos 10^\circ 8,07'}}$$

$$= 1h 57,1m$$

$$D = \text{distancia navegada} = V_b \times \Delta t = 10 \times 1,9516 = 19,516 \text{ millas}$$

Vemos que el resultado es muy parecido al del método de las aproximaciones visto anteriormente. El método de la fórmula anterior se considera más inexacto.

Cálculo altura verdadera del Sol al mediodía

$$a_i \odot \text{ limbo inferior} = 68^\circ 32,6'$$

$$a_o = \text{altura observada} = a_i + E_i = 68^\circ 32,6' - 3' = 68^\circ 29,6'$$

$$a_a = \text{altura aparente} = a_o + C_d$$

$$C_d = \text{Corrección por depresión (para } e_o = 10,5 \text{ mts)} = -5,8'$$

$$a_a = 68^\circ 29,6' - 5,8' = 68^\circ 23,8'$$

$$C_{sd} + \text{refr} + \text{par} = \text{corrección por semidiámetro-refracción-paralaje} = +15,7' + 0,2' = +15,9'$$

$$a_v = \text{altura verdadera} = a_a + C_{sd} + \text{refr} + \text{par} = 68^\circ 23,8' + 15,9' = 68^\circ 39,7'$$

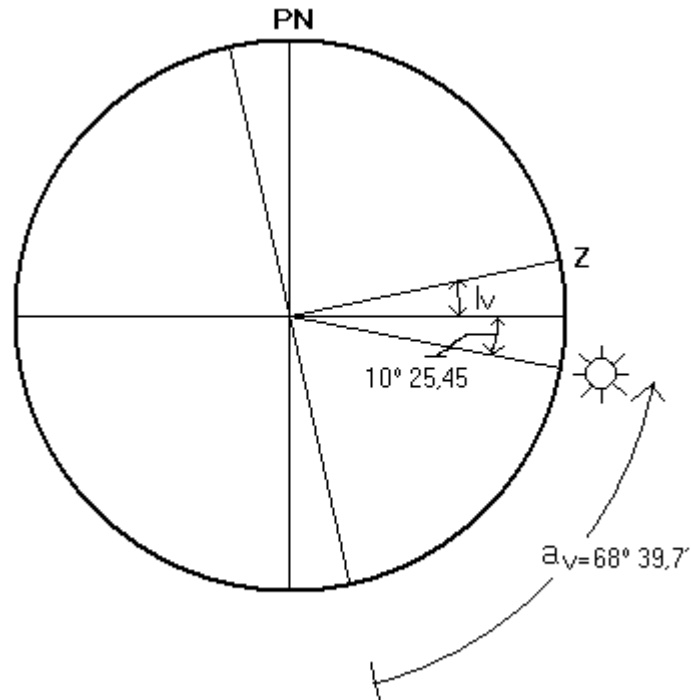
Cálculo de la declinación del Sol al mediodía

$$TU = \text{tiempo universal} = 14h 0m + \text{intervalo de tiempo navegado} = 14h 0m + 1h 56,7m = 15h 56,7m$$

En tablas AN para TU=15h 56,7m del día 21 de Febrero de 2014

TU	Dec
15h	-10° 26,3'
16h	-10° 25,4'

Para TU=15h 56,7m → Dec ≈ -10° 25,45'



De la figura anterior se desprende:

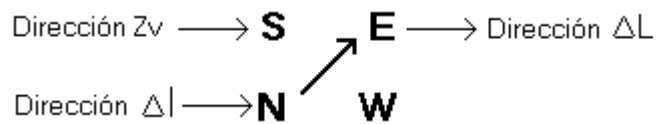
$$lv = \text{latitud verdadera al mediodía} = 90^\circ - 68^\circ 39,7' - 10^\circ 25,45' = 10^\circ 54,85'N$$

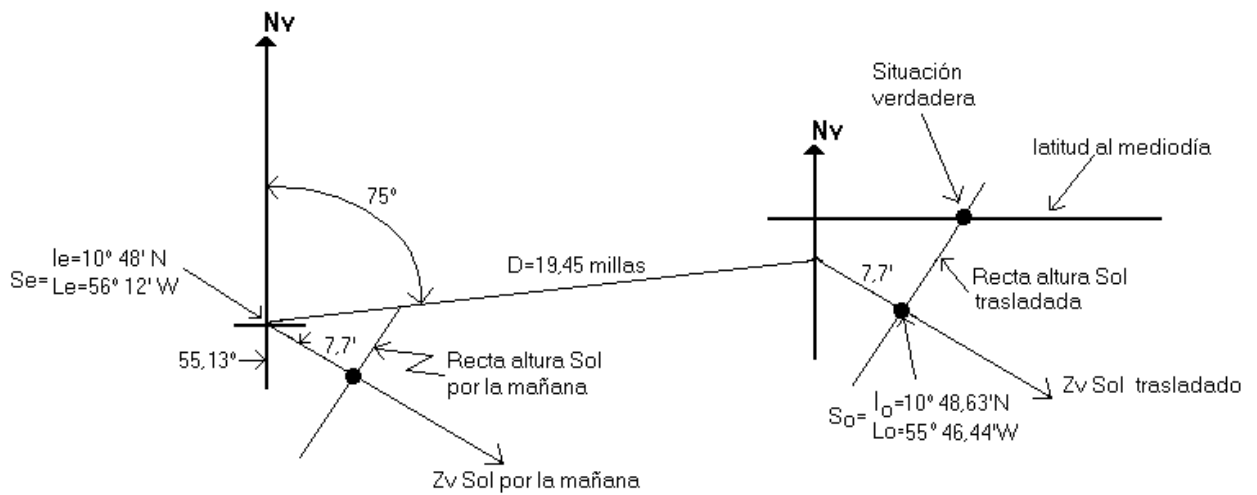
Cálculo de la longitud por Pagel

$$\Delta l = lv - lo = 10^\circ 54,85'N - 10^\circ 48,63'N = 6,22'N$$

Q=coeficiente Pagel (calculado en la medición de la mañana)=0,7094

$$\Delta L = Q \times \Delta l = 0,7094 \times 6,22' = 4,41'E$$





Situación al mediodía:

$$I_v = 10^\circ 54,85' N$$

$$L_v = L_o + \Delta L = 55^\circ 46,44' W - 4,41' E = 55^\circ 42,03' W$$

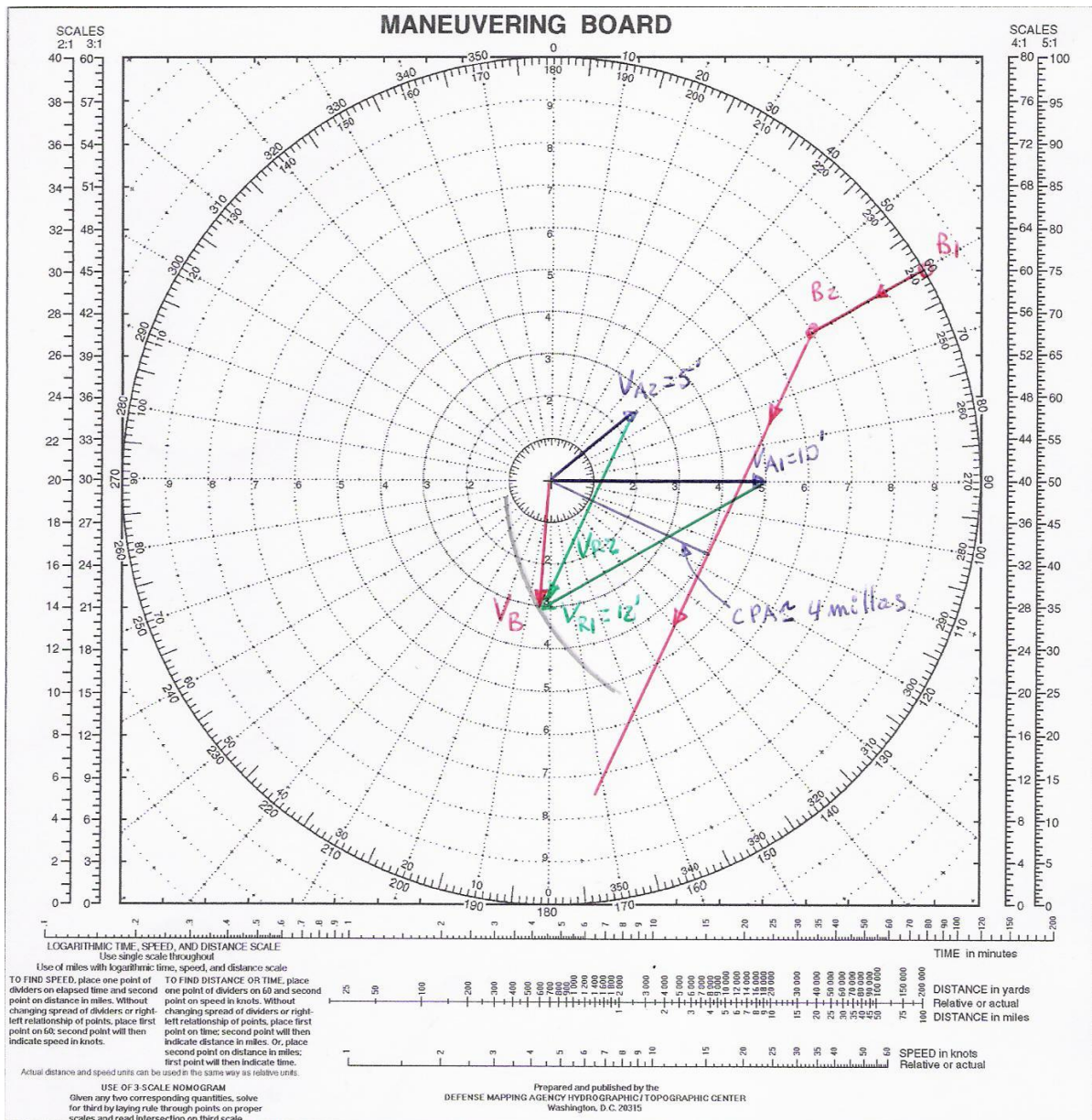
Hora legal a la meridiana:

$$TU = 15h 56,7m$$

$$L_v = 55^\circ 42,03' W \rightarrow \text{Huso n}^\circ 4$$

$$Hz = \text{hora legal} = 15h 56,7m - 4h = 11h 56,7 \text{ del día 21 de Febrero de 2014}$$

3º) Rumbo y velocidad del “B” y mínima distancia a que pasaremos del buque “B”.



- Trazar vector $VA1=10$ nudos a 90°
- $VR1=$ Velocidad relativa de $B=3' \times 4=12$ nudos. Recta $B1-B2=$ indicatriz del movimiento relativo de B respecto de A .
- Desde el extremo del vector $VA1$ trazar un círculo de 12 nudos de velocidad
- Desde el extremo del vector $VA1$ trazar una recta paralela a la indicatriz $B1-B2$
- El punto de corte de la recta y el círculo define el vector velocidad. $VB=6$ nudos, $RB=185^\circ$
- Trazar el nuevo vector $VA2=5$ nudos a 50° . Unir el extremo del vector $VA2$ con el de VB ; tendremos la nueva indicatriz del movimiento $VR2$.
- Desde $B2$ trazar paralela a la indicatriz anterior. $CPA=$ Closest Point of Approach = mínima distancia de paso ≈ 4 millas.

Respuestas: $VB=6$ nudos, $RB=185^\circ$, $CPA=4$ millas