

**ORTODRÓMICA**

Un yate sale de Freetown ( $I=08^{\circ} 30' N$ ,  $L=013^{\circ} 14' W$ ) con destino a Belem ( $I=01^{\circ} 27' S$ ,  $L=048^{\circ} 30' W$ ).

Calcular el Rumbo ortodrómico inicial, la distancia ortodrómica, el rumbo loxodrómico y la distancia loxodrómica que hay entre éstos dos puntos.

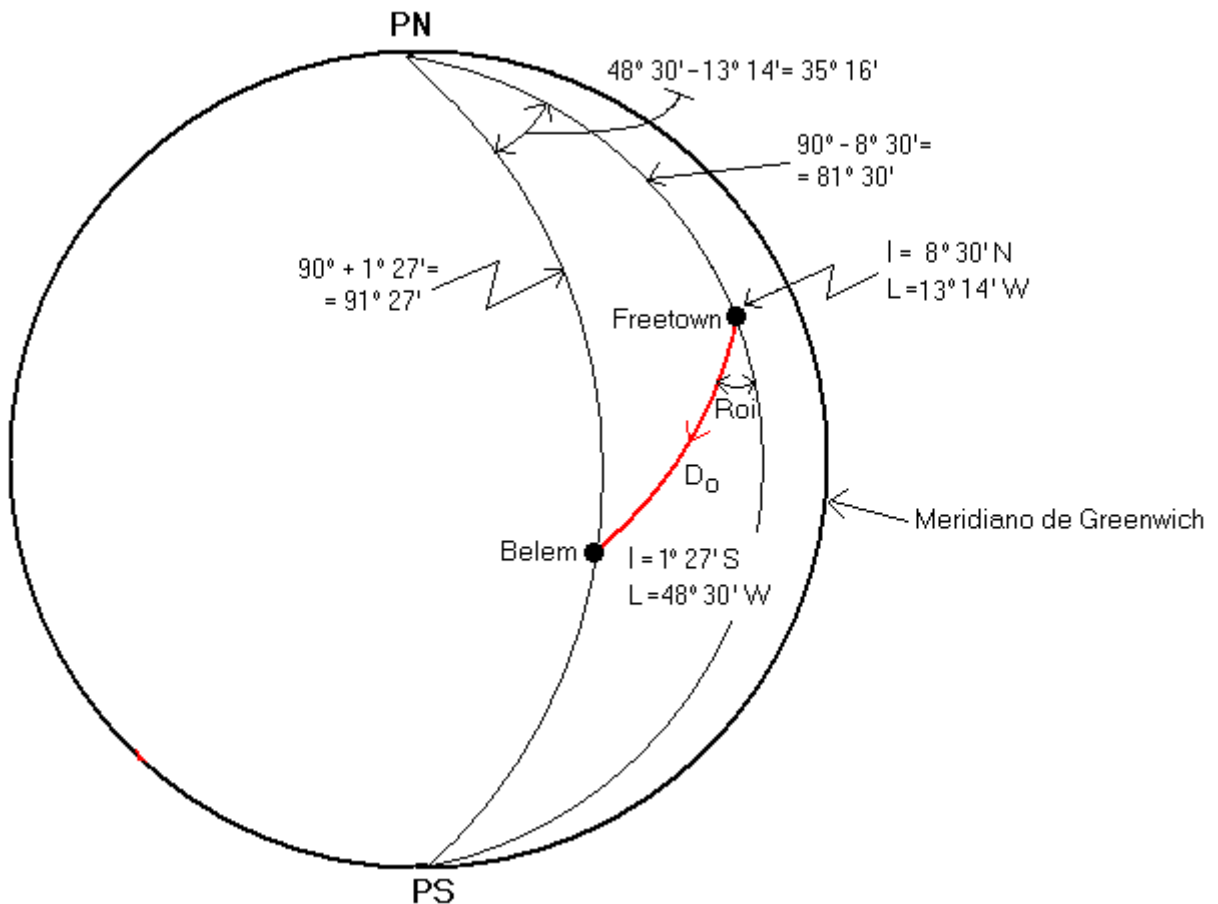
Nota: latitud aumentada de Freetown  $508,46'$ ; latitud aumentada de Belem  $86,42'$

Se pide:

- 1) Roi
- 2) Do
- 3) Rlox
- 4) Dlox

**SOLUCIÓN ORTODRÓMICA:**

Dibujamos en la esfera terrestre los puntos origen (Freetown) y destino (Belem).



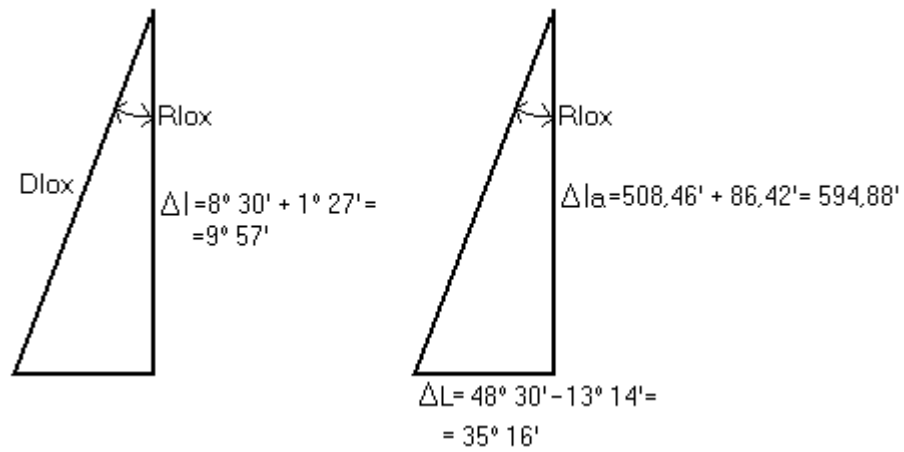
En la figura anterior queda definido el triángulo esférico de posición formado por PN (Polo Norte), Freetown y Belem.

Aplicando las fórmulas de la cotangente y el coseno sale:

Roi=rumbo ortodrómico inicial= $S75,8^{\circ}W$

Do=distancia ortodrómica=  $36,5337^{\circ}= 2192$  millas

## SOLUCIÓN LOXODRÓMICA LATITUDES AUMENTADAS:



De las figuras anteriores sale:

$$R_{lox} = \text{rumbo loxodrómico} = \text{arc tang} \frac{594,88'}{35^\circ 16'} = S74,297^\circ W$$

$$D_{lox} = \text{distancia loxodrómica} = \frac{\Delta l}{\cos R_{lox}} = \frac{9^\circ 57'}{\cos 74,297^\circ} = 2205,8 \text{ millas}$$

## CINEMATICA

El buque "A" navega con  $R_v = 110^\circ$  y  $V_b = 12$  nudos, observa en la pantalla de su radar el eco de un buque "B" con las siguientes demoras verdaderas:

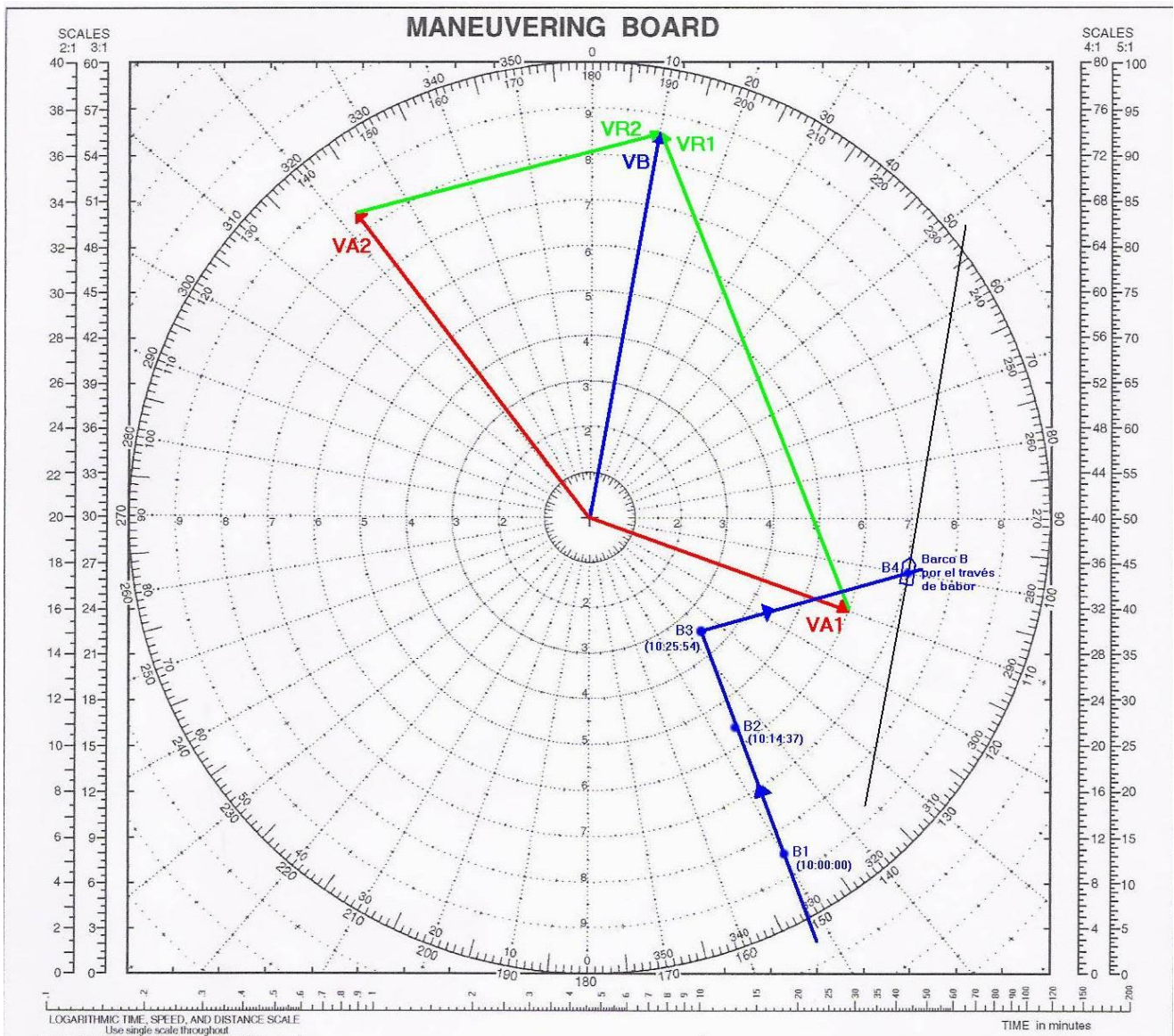
- $H_{rb} = 10:00:00$ ,  $D_v B = 150^\circ$ ,  $d = 17$  millas
- $H_{rb} = 10:14:37$ ,  $D_v B = 145^\circ$ ,  $d = 11,3$  millas
- $H_{rb} = 10:25:54$ ,  $D_v B = 136^\circ$ ,  $d = 7$  millas

En ese instante el buque "A" enmienda el rumbo y modifica la velocidad para ponerse a 14 millas por el través de "B", y poder hacerlo en 42 minutos.

Preguntas:

- 1) Rumbo verdadero del buque "B"
- 2) Velocidad del buque "B"
- 3) Segundo rumbo de "A"
- 4) Segunda velocidad de "A"
- 5) Hora del reloj de bitácora al estar "A" en la posición pedida
- 6) Demora de "B" con respecto a "A" en el instante de estar éste a 14 millas por el través de babor de aquel.

### 1) y 2) Rumbo y velocidad del buque "B"



En la rosa de maniobras utilizamos para las distancias una escala 1/2, es decir que los círculos de distancia representan el doble de distancia de la indicada en la rosa de maniobras.

Para escala de velocidades utilizamos la escala de la izquierda (enmarcada en rojo).

En la figura anterior, la línea azul B1-B2-B3 es la indicatriz del movimiento del buque "B" respecto del "A" en los tiempo indicados.

- Intervalo B1-B2= 10h 14m 37s – 10h 0m 0s= 0,2436 horas  
Distancia relativa de "B" respecto a "A"=17 – 11,3= 5,7 millas

$$VR1(B1-B2)=\frac{5,7}{0,2436}=23,4 \text{ nudos}$$

- Intervalo B2-B3= 10h 25m 54s – 10h 14m 37s = 0,1880 horas  
Distancia relativa de "B" respecto a "A"=11,3 – 7= 4,3 millas

$$VR1(B2-B3)=\frac{4,3}{0,188}=22,87 \text{ nudos}$$

La velocidad relativa (vector VR1) de "B" respecto de "A" es de 23 nudos aproximadamente, que es el promedio aproximado de las velocidades anteriores.

- El vector VA1 de color rojo indica el rumbo y velocidad del barco "A" (rumbo 110°, Vb=12 nudos).

- Desde el extremo de VA1 trazamos un vector VR1 paralelo a la indicatriz B1-B2-B3 y de magnitud 23 nudos.
- El vector VB que define el rumbo y velocidad del barco B se encuentra uniendo el centro de la rosa de maniobras con el extremo del vector VR1.

Resultado:

- Rumbo de "B" = 10°
- Velocidad de "B" = 17,3 nudos

### **3) y 4) Segundos rumbos y velocidad del buque "A"**

Ahora el buque "A" maniobra para ponerse del través de "B" en 42 minutos. Trazamos una paralela al vector VB que sea tangente al círculo de 14 millas (círculo nº 7 ya que para las distancias estamos utilizando una escala 1/2). Es la línea negra en la figura anterior.

La figura anterior indica la situación del barco "B" (punto B4) cuando se encuentre a 14 millas del "A" por el través del "B".

La distancia B3-B4 se mide en la rosa de maniobras = 9,5 millas. Puesto que el barco "A" debe ponerse del través del "B" en 42 minutos (0,7 horas), la nueva velocidad relativa VR2 de "B" respecto del "A" será:

$$VR2(B3-B4) = \frac{9,5}{0,7} = 13,57 \text{ nudos}$$

- Por el extremo de VB trazamos el vector VR2, que es una paralela a la nueva indicatriz del movimiento B3-B4, y de magnitud 13,57 nudos.
- Desde el centro de la rosa de maniobras trazamos un vector VA2 que una dicho centro con el extremo opuesto de VR2. El vector VA2 define el nuevo rumbo y velocidad de "A".

Resultado:

- Nuevo rumbo de "A" = 324°
- Nueva velocidad de "A" = 16,7 nudos

### **5) Hora del reloj de bitácora al estar "A" en la posición pedida**

$$Hrb = 10h 25m 54s + 42m = 11h 7m 54s$$

### **6) Demora de de "B" con respecto a "A" en el instante de estar éste a 14 millas por el través de babor de aquel.**

En la rosa de maniobras el barco "B" se encuentra en una demora de 110° al estar éste de través por babor y a 14 millas del "A".

### **MERIDIANA**

Fecha: Lunes 19 Mayo del 2014

Situación de estima: latitud = 58° 00'S; Longitud = 064° 00'W

Navegando al rumbo de aguja = 300°, con velocidad = 7 nudos, sin viento ni corriente, siendo la Hora Legal = 11:00:00

Se observa:

Altura instrumental del Sol limbo superior = 11° 6,3', Acimut de aguja del Sol = 022,3°.

Se continúa navegando en estas condiciones, hasta el momento del paso del Sol por el meridiano superior del lugar, en cuyo instante se tomó altura instrumental del Sol limbo inferior = 12° 7,2'

Error instrumental = -3'; Elevación del observador = 4 mts.

Se pide calcular:

- 1) Situación observada final a la hora del paso del Sol por el meridiano superior del lugar.
- 2) Hora civil del lugar y fecha en ese mismo instante.

### Cálculo Tiempo Universal TU de la observación del Sol por la mañana

H<sub>z</sub>= hora legal= 11h 0m 0s

Le= 64°W → Huso n° 4 → TU= H<sub>z</sub> + Z= 11h 0m 0s + 4h=15h 0m 0s día 19 de Mayo de 2014

### Cálculo altura verdadera de la observación del Sol por la mañana

a<sub>i</sub>☉ limbo superior =11° 6,3'

a<sub>o</sub>=altura observada= a<sub>i</sub> + E<sub>i</sub>= 11° 6,3' - 3' = 11° 3,3'

a<sub>a</sub>=altura aparente= a<sub>o</sub> + C<sub>d</sub>

C<sub>d</sub>=Corrección por depresión (para e<sub>o</sub>=4 mts.)= - 3,6'

a<sub>a</sub>= 11° 3,3' - 3,6' = 10° 59,7'

C<sub>sd</sub>+refr+par=corrección por semidiámetro-refracción-paralaje= +11,3' - 0,2' = +11,1'

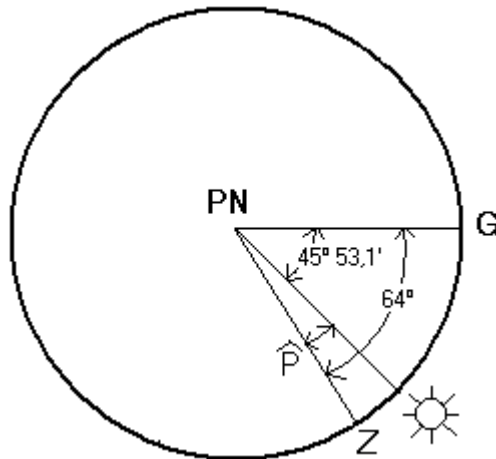
SD=semidiámetro del Sol el 19 de Mayo de 2014= 15,8'

a<sub>v</sub>=altura verdadera= a<sub>a</sub>+C<sub>sd</sub>+refr+par - 2xSD= 10° 59,7' + 11,1' - 2x15,8' = 10° 39,2'

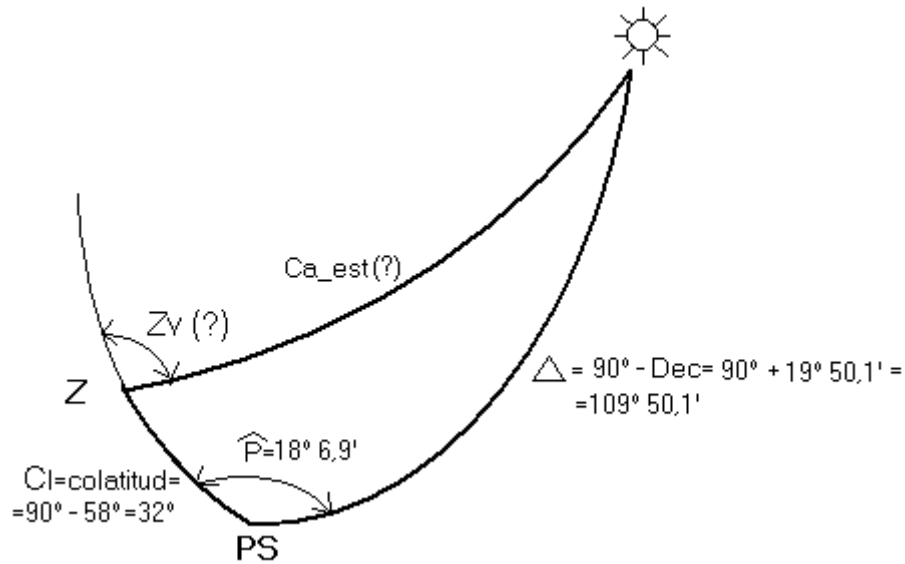
### Cálculo determinante del Sol a TU=15h 0m 0s

En tablas diarias del AN para el día 19 de Mayo de 2014

<u>TU</u>	<u>hG</u> ☉	<u>Dec</u>
15h	45° 53,1'	+19° 50,1'



Del círculo horario de la figura anterior sale: P= 64° - 45° 53,1' = 18° 6,9'



Aplicando las fórmulas de la cotangente y el coseno al triángulo esférico de la figura anterior:

$$\cotg 109^\circ 50,1' \times \sen 32^\circ = \cos 18^\circ 6,9' \times \cos 32^\circ + \sen 32^\circ \times \cotg (180^\circ - Z_v)$$

$$Z_v = 17,32^\circ \rightarrow C_t = \text{corrección total} = Z_v - Z_a = 17,32^\circ - 22,3^\circ \approx -5^\circ$$

$$\cos Ca_{\text{est}} = \cos 109^\circ 50,1' \times \cos 32^\circ + \sen 109^\circ 50,1' \times \sen 32^\circ \times \cos 18^\circ 6,9'$$

$$Ca_{\text{est}} = \text{Co-altura estimada} = 79,2794^\circ \rightarrow a_e = 90^\circ - 79,2794^\circ = 10^\circ 43,2'$$

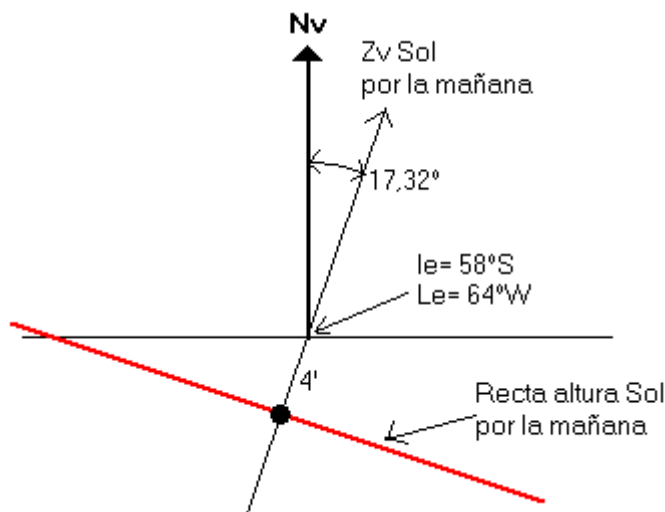
$$Q = \text{coeficiente de Pagel} = \frac{1}{\text{tang } \Delta \times \sen P} - \frac{\cotg Cl}{\text{tang } P} = 6,05 \text{ (el signo se hace siempre positivo)}$$

$$\Delta a = a_v - a_e = 10^\circ 39,2' - 10^\circ 43,2' = -4'$$

#### Determinante del Sol por la mañana:

$$Z_v = 17,32^\circ$$

$$\Delta a = -4'$$



#### Navegación hasta paso del Sol por la meridiana

$$R_a = \text{rumbo aguja} = 300^\circ$$

$$C_t = \text{corrección total} = -5^\circ \rightarrow R_v = \text{rumbo verdadero} = R_a + C_t = 300^\circ - 5^\circ = 295^\circ = N65^\circ W$$

En el Almanaque Náutico PMG=paso del Sol por el meridiano de Greenwich el día 19 de Mayo de 2014=11h 56,5m

**Primera aproximación** al cálculo del TU del paso del Sol por el meridiano del lugar. Barco parado en L= 64°W

HcL=Hora Civil del Lugar= 11h 56,5m

HcG= Hora Civil en Greenwich=TU= HcL + L= 11h 56,5m +  $\frac{64^\circ}{15^\circ}$  = 16h 12,5m. Este es el tiempo en Greenwich del paso del Sol por el meridiano superior del barco en primera aproximación.

$\Delta t$ =intervalo de tiempo navegado desde TU=15h 0m 0s hasta paso del Sol por la meridiana= = 16h 12,5m – 15h =1,20833 horas; el barco en ese tiempo habrá recorrido una distancia D=distancia navegada=Vb x  $\Delta t$ =7 x 1,20833 = 8,458 millas.

	Ref	D	$\Delta l$		A	
			N	S	E	W
Barco	N65°W	8,458'	3,574'	—	—	7,665'
Determinate	S17,32°W	4'	—	3,82'	—	1,19'
				0,246'		8,855'

$\Delta l$ = 0,246'S

A=apartamiento= 8,855'W

lm=latitud media= 58°S +  $\frac{\Delta l}{2} \approx 58^\circ$ S

$\Delta L = \frac{A}{\cos lm} = \frac{8,855'}{\cos 58^\circ} = 16,71'$ W

Lo=longitud al paso del Sol por la meridiana en primera aproximación= 64°W + 16,71'W= = 64° 16,71'W

**Segunda aproximación** al cálculo del TU del paso del sol por el meridiano del lugar. Barco en L= 64° 16,71'W

HcL=11h 56,5m

HcG= TU= HcL + L= HcL=11h 56,5m +  $\frac{64^\circ 16,71'}{15^\circ}$  = 16h 13,614m. Este es el tiempo en Greenwich del paso del Sol por el meridiano superior del barco en segunda aproximación.

$\Delta t$ =intervalo de tiempo navegado desde TU=15h 0m 0s hasta paso del Sol por la meridiana= = 16h 13,614m – 15h =1,2269 horas; el barco en ese tiempo habrá recorrido una distancia D=distancia navegada=Vb x  $\Delta t$ =7 x 1,2269 = 8,5883 millas.

	Ref	D	$\Delta l$		A	
			N	S	E	W
Barco	N65°W	8,5883'	3,63'	—	—	7,78'
Determinate	S17,32°W	4'	—	3,82'	—	1,19'
				0,19'		8,97'

$\Delta l$ = 0,19'S

A=apartamiento= 8,97'W

lm=latitud media= 58°S +  $\frac{\Delta l}{2} \approx 58^\circ\text{S}$

$\Delta L = \frac{A}{\cos lm} = \frac{8,97'}{\cos 58^\circ} = 16,93'\text{W}$

Lo=longitud al paso del Sol por la meridianan en segunda aproximación= 64°W + 16,93'W = 64° 16,93'W

lo=latitud al paso del Sol por la meridiana en segunda aproximación= 58°S + 0,19'S = 58° 0,19'S

### Cálculo altura verdadera del Sol al mediodía

$a_i$ ☉ limbo inferior = 12° 7,2'

$a_o$ =altura observada= $a_i + E_i = 12^\circ 7,2' - 3' = 12^\circ 4,2'$

$a_a$ =altura aparente=  $a_o + C_d$

$C_d$ =Corrección por depresión (para  $e_o=4$  mts.)= - 3,6'

$a_a = 12^\circ 4,2' - 3,6' = 12^\circ 0,6'$

$C_{sd+refr+par}$ =corrección por semidiámetro-refracción-paralaje=  $+11,7' - 0,2' = +11,5'$

$a_v$ =altura verdadera=  $a_a + C_{sd+refr+par} = 12^\circ 0,6' + 11,5' = 12^\circ 12,1'$

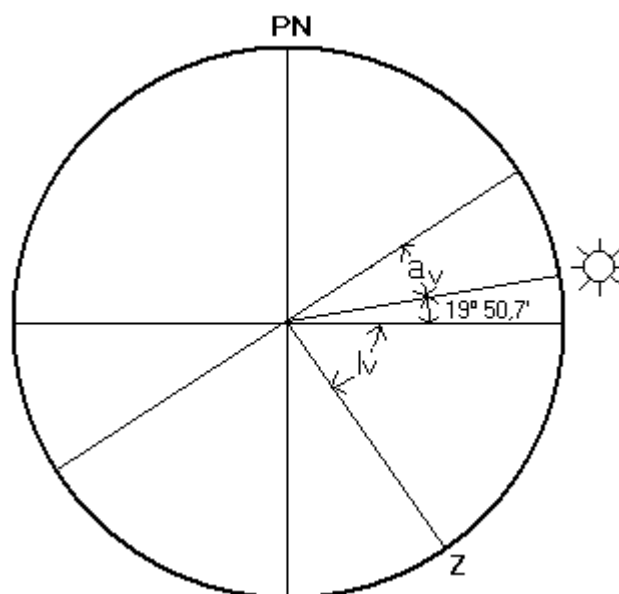
### Cálculo de la declinación del Sol al mediodía

TU=tiempo universal del paso del Sol por el meridiano=16h 13,614m

En tablas AN para TU=16h 13,614m del día 19 de Mayo de 2014

<u>TU</u>	<u>Dec</u>
16h	+19° 50,6'
17h	+19° 51,2'

Interpolando para TU=16h 13,614m → Dec= +19° 50,7'



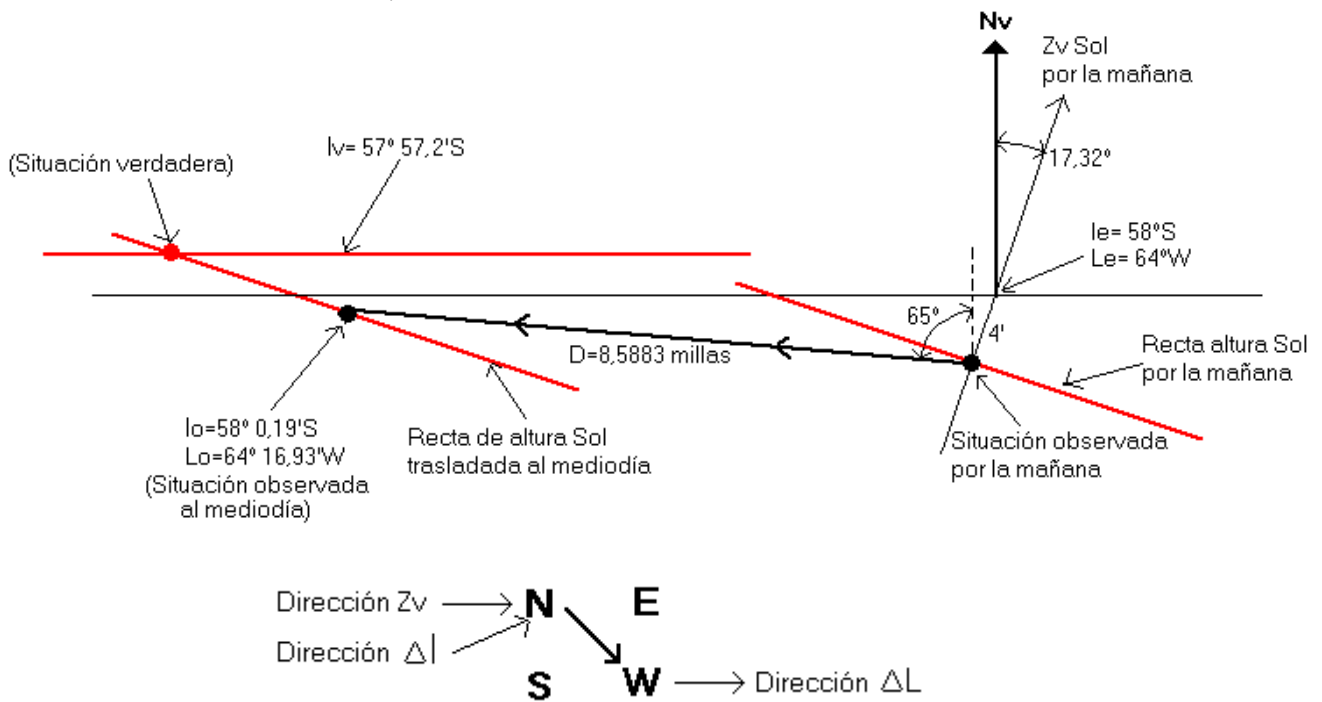
De la figura anterior se desprende:

$l_v$ =latitud verdadera al mediodía=  $90^\circ - 19^\circ 50,7' - 12^\circ 12,1' = 57^\circ 57,2'\text{S}$



### Cálculo de la situación verdadera al mediodía por Pagel

$$\Delta l = l_v - l_o = 57^\circ 57,2'S - 58^\circ 0,19'S \approx -3'$$



$$\Delta L = Q \times \Delta l = 6,05 \times 3' = 18,15'W$$

$$l_v = 57^\circ 57,2'S$$

$$L_v = L_o + \Delta L = 64^\circ 16,93'W + 18,15'W = 64^\circ 35,08'W$$

### Cálculo de la situación verdadera al mediodía por cálculo

$$\Delta l = l_v - l_o = 57^\circ 57,2'S - 58^\circ 0,19'S \approx -3'$$

$$A = \text{apartamiento de situación verdadera respecto a situación observada} = \frac{\Delta l}{\tan 17,32^\circ} = 9,62'$$

$$\Delta L = \frac{A}{\cos l_m} \approx \frac{9,62'}{\cos 58^\circ} = 18,15'W, \text{ que concuerda con el resultado calculado anteriormente por Pagel}$$

$$l_v = 57^\circ 57,2'S$$

$$L_v = L_o + \Delta L = 64^\circ 16,93'W + 18,15'W = 64^\circ 35,08'W$$

**Hora civil del lugar al mediodía = HcL = PMG = 11h 56,5m del día 19 de Mayo de 2014**

### CALCULO ASTRO DESCONOCIDO

Fecha de resolución del cálculo: domingo 19 de Mayo del 2014.

Situación de estima: latitud = \$13^\circ\$ N; Longitud = \$144^\circ\$ E

Navegando al Rumbo de aguja = \$030^\circ\$, con velocidad del propulsor = 9 nudos, sin viento ni corriente, siendo la Hora Civil del Lugar = 04:57:36.

Se observa:

Altura instrumental de la estrella Antares = \$17^\circ 12,7'\$; Acimut de la estrella = \$231,7^\circ\$, y simultáneamente altura instrumental de un astro desconocido = \$36^\circ 31,3'\$; Acimut de aguja del astro desconocido = \$138^\circ\$.

Error instrumental= +2', elevación del observador=5 m

Se pide calcular:

- 1) Situación observada final por corte de rectas de altura
- 2) Hora legal correspondiente a la Hora Civil en Greenwich

1) **Situación observada final por corte de rectas de altura**

**Cálculo del tiempo TU de la medición**

HcL=Hora Civil del Lugar= 4h 57m 36s día 19 de Mayo de 2014

L=144°E

$$TU = HcG = HcL - L = 4h 57m 36s - \frac{144^\circ}{15^\circ} = 19h 21,6m \text{ día 18 de Mayo de 2014}$$

**Cálculo altura verdadera estrella Antares**

$a_i$  = altura instrumental = 17° 12,7'

$E_i$  = error de índice del sextante = +2'

$a_o$  = altura observada =  $a_i + E_i = 17^\circ 12,7' + 2' = 17^\circ 14,7'$

$C_d$  = Corrección por depresión (para  $e_o = 5$  mts.) = - 4'

$a_a$  = altura aparente =  $a_o + C_d = 17^\circ 14,7' - 4' = 17^\circ 10,7'$

$C_r$  = Corrección por refracción (para  $a_a = 17^\circ 10,7'$ ) = - 3,1'

$a_v$  = altura verdadera estrella Antares =  $a_a + C_r = 17^\circ 10,7' - 3,1' = 17^\circ 7,6'$

**Datos AS y Dec de estrella Antares**

En el AN para la estrella nº 76 Antares en Mayo de 2014 aparece:

AS= 112° 25,1'

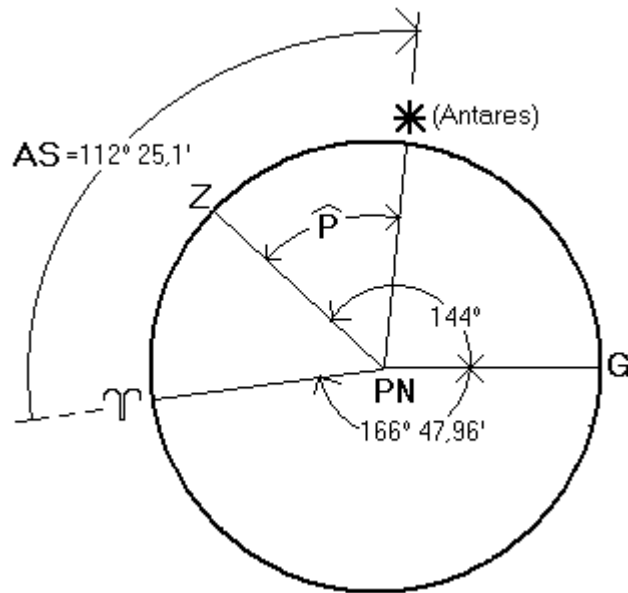
Dec= -26° 27,7'

**Cálculo hGy y ángulo horario de Antares para el TU calculado anteriormente**

En tablas AN del día 18 de Mayo de 2014

<u>TU</u>	<u>hGy</u>
19h	161° 23,1'
20h	176° 25,5'

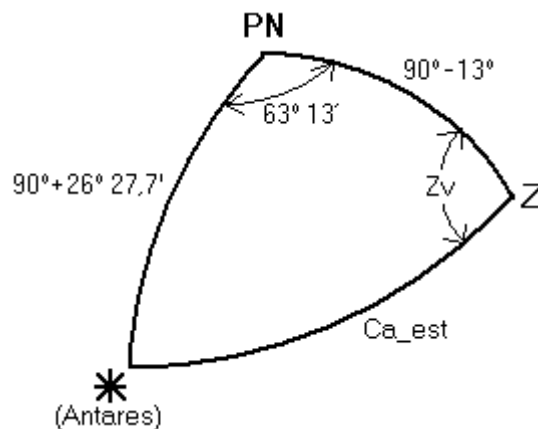
Interpolando para TU=19h 21,6m → hGy= 166° 47, 96'



De la figura anterior se deduce el ángulo P en el polo.

$$P = 112^{\circ} 25,1' - (360^{\circ} - (144^{\circ} + 166^{\circ} 47,96')) = 63^{\circ} 13'$$

El triángulo de posición para la estrella Antares quedará así:



### Cálculo determinante Antares y Corrección total

Aplicando las fórmulas de la cotangente y el coseno se deduce:

$$Z_v = \text{azimut estrella Antares} = S56,7^{\circ}W = 236,7^{\circ}$$

$$C_t = \text{corrección total} = Z_v - Z_a = 236,7^{\circ} - 231,7^{\circ} = +5^{\circ}$$

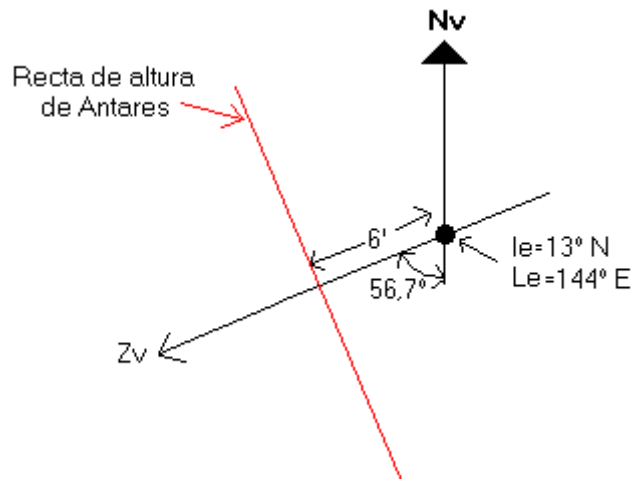
$$Ca_{\text{est}} = \text{co-altura estimada} = 90^{\circ} - a_{\text{est}} = 72,9725^{\circ} \rightarrow a_{\text{est}} = 17^{\circ} 1,65'$$

$$\text{Por lo tanto: } \Delta a = a_v - a_{\text{est}} = 17^{\circ} 7,6' - 17^{\circ} 1,65' \approx +6'$$

### Determinante de Antares

$$\Delta a = +6'$$

$$Z_v = S56,7^{\circ}W$$



### Cálculo altura verdadera astro desconocido

$a_i$  = altura instrumental =  $36^\circ 31,3'$

$E_i$  = error de índice del sextante =  $+2'$

$a_o$  = altura observada =  $a_i + E_i = 36^\circ 31,3' + 2' = 36^\circ 33,3'$

$C_d$  = Corrección por depresión (para  $e_o = 5$  mts.) =  $-4'$

$a_a$  = altura aparente =  $a_o + C_d = 36^\circ 33,3' - 4' = 36^\circ 29,3'$

$C_r$  = Corrección por refracción (para  $a_a = 36^\circ 29,3'$ ) =  $-1,3'$

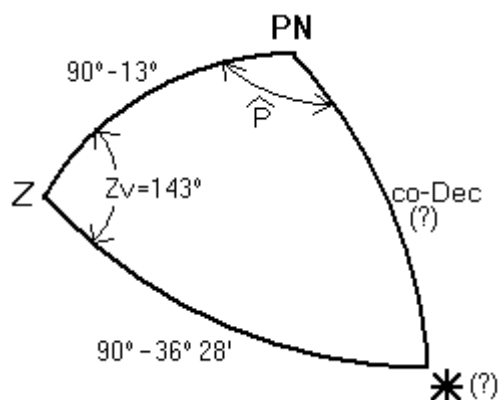
$a_v$  = altura verdadera estrella Antares =  $a_a + C_r = 36^\circ 29,3' - 1,3' = 36^\circ 28'$

### Cálculo ángulo horario astro desconocido

Hemos visto anteriormente que  $C_t$  = corrección total =  $+5'$ , por lo tanto:

$Z_v$  astro desconocido =  $Z_a + C_t = 138^\circ + 5' = 143'$

Dibujamos el triángulo esférico de posición según los datos de  $Z_v = 143'$ , y co-altura =  $90^\circ - 36^\circ 28'$

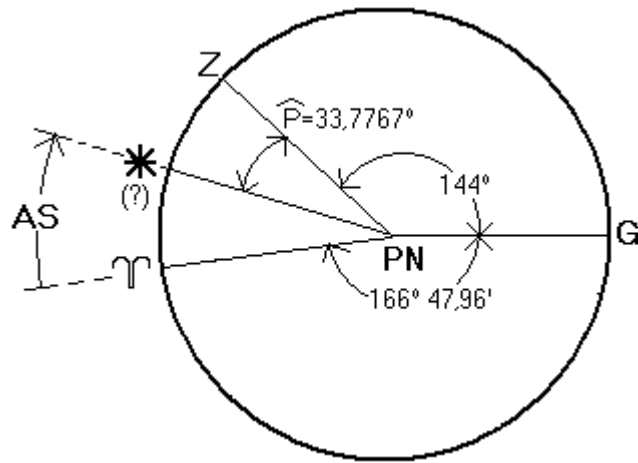


De dicho triángulo, aplicando la fórmula de la cotangente y el coseno se deduce:

$P$  = ángulo horario en el polo =  $33,7767^\circ$

co-Dec = co-declinación del astro =  $119,4789^\circ \rightarrow$  Dec = declinación del astro =  $90^\circ - 119,4789^\circ = -29^\circ 28,7'$

Hemos visto antes que para  $TU = 19h 21,6m \rightarrow hGy = 166^\circ 47, 96'$



De la figura anterior se deduce el valor del Angulo Sidéreo AS del astro desconocido.

$$AS = 360^\circ - (33,7767^\circ + 144^\circ + 166^\circ 47,96') = 15^\circ 25,4'$$

Con los datos de:

$$AS = 15^\circ 25,4'$$

$$Dec = -29^\circ 28,7'$$

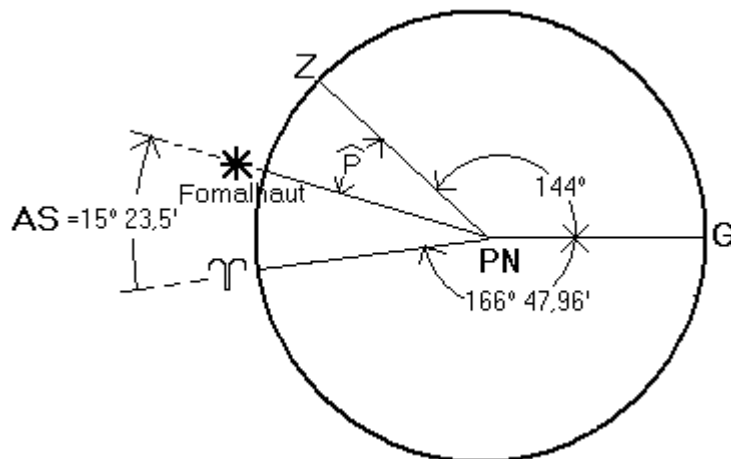
En el AN (Almanaque Náutico) aparece la estrella n° 97 Fomalhaut.

### Cálculo determinante de Fomalhaut

Datos de Fomalhaut:

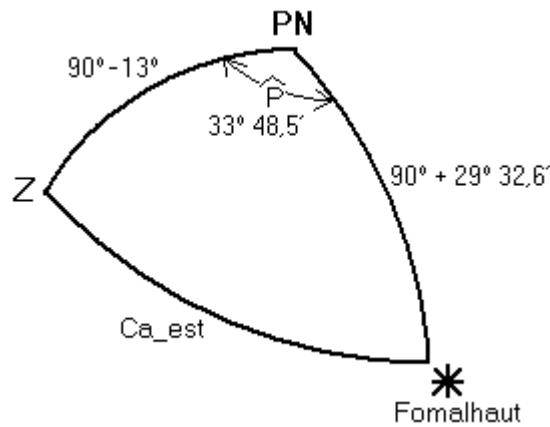
$$AS = 15^\circ 23,5'$$

$$Dec = -29^\circ 32,6'$$



Del círculo horario de Fomalhaut se deduce:

$$P = 360^\circ - (15^\circ 23,5' + 144^\circ + 166^\circ 47,96') = 33^\circ 48,5'$$



Del triángulo esférico de posición de la figura se deduce:

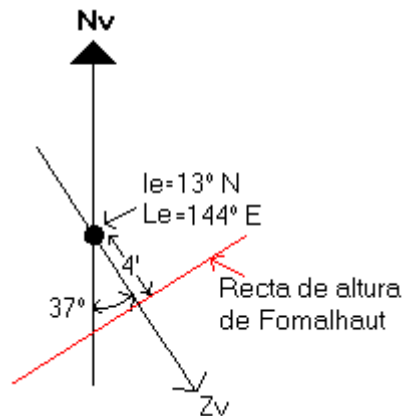
$$Ca\_est = co\text{-altura estimada} = 90^\circ - a_{est} = 53,6^\circ \rightarrow a_{est} = 36^\circ 24'$$

$$\text{Por lo tanto: } \Delta a = a_v - a_{est} = 36^\circ 28' - 36^\circ 24' = +4'$$

### Determinante de Fomalhaut

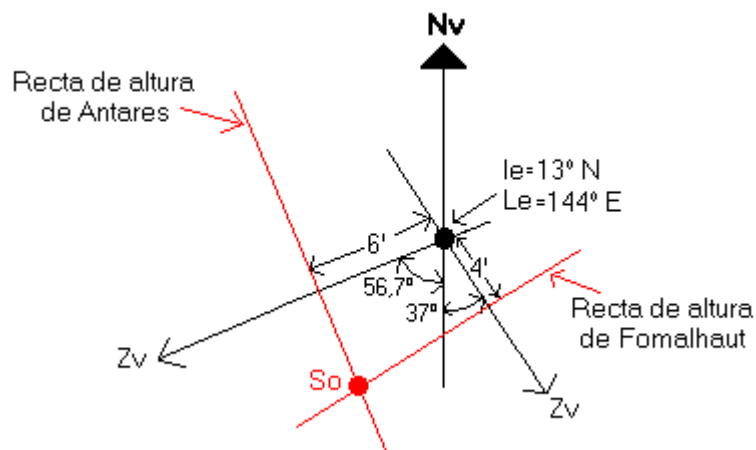
$$\Delta a = +4'$$

$$Z_v = 143^\circ = S37^\circ E$$

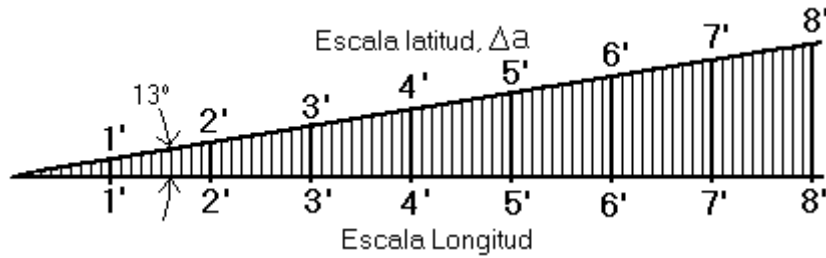


### Punto de cruce de las dos rectas de altura

La situación observada  $S_o$  se encuentra en el punto de cruce de las rectas de altura de Antares y Fomalhaut, según indica la figura de abajo.



Para ver gráficamente el punto de cruce de las dos rectas construimos la siguiente escala:



Dibujando con la escala anterior en papel milimetrado se encuentra que So se encuentra respecto a Se (situación estimada) a unos incrementos de:

$$\Delta l = 7'S$$

$$\Delta L = 2,7'W$$

Por lo tanto, la situación observada será:

$$l = 13^{\circ}N - 7'S = 12^{\circ} 53'N$$

$$L = 144^{\circ}E - 2,7'W = 143^{\circ} 57,3'E$$

## 2) Hora legal correspondiente a la Hora Civil en Greenwich

Ya hemos visto en el punto anterior que:

$$HcL = \text{Hora Civil del Lugar de la medición} = 4h 57m 36s \text{ día 19 de Mayo de 2014}$$

$$TU = HcG = HcL - L = 4h 57m 36s - \frac{144^{\circ}}{15^{\circ}} = 19h 21,6m \text{ día 18 de Mayo de 2014}$$

$TU = Hz - Z$  (se resta ya que Greenwich está más hacia el oeste del barco)

$$L = 144^{\circ}E \rightarrow Z = 10h \text{ (Huso horario n}^{\circ} 10)$$

$$Hz = \text{hora legal} = TU + Z = 19h 21,6m + 10h = 5h 21,6m \text{ del día 19 de Mayo de 2014}$$